Domácí úkol ze cvičení 7 – určitý integrál:

<u>Výpočet R- integrálu integrací per partes nebo pomocí substituce:</u>

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}\, arctg\sqrt{x}}{1+x}\,dx$;   2. $\displaystyle\int_0^{\pi} \frac{1}{1+3\cos^2 x}\,dx$.

<u>A navíc, chcete-li - užití věty o substituci a vlastností R- integrálu :</u>

Ukažte, že platí :

1. je-li $f \in R(-a,a)$, $a > 0$, f je funkce lichá, pak $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$;
2. je-li $f \in R(-a,a)$, $a > 0$, f je funkce sudá , pak $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_0^{a} f(x)\,dx$;

<u>A chcete-li si zkusit užití určitého integrálu :</u>

1. Spočítejte obsah omezené rovinné oblasti ω, je-li ω ohraničená grafy funkcí $y = x^2$, $y = x \cdot \sin x$ a přímkou $x = \frac{\pi}{2}$.
2. Spočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti ω kolem osy x, kde
$$\omega = \left\{ [x,y];\, -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le y \le \cos x \right\} .$$
3. Určete délku grafu funkce $f(x) = \dfrac{x^2}{2}$, $0 \le x \le a$.